

# Тема: *Элементы теории вероятностей*

- План:**
- 1. События и вероятность*
  - 2. Классическое определение вероятности*
  - 3. Сумма и произведение событий*
  - 4. Противоположные события*
  - 5. Теоремы сложения и умножения вероятностей*
  - 6. Условная вероятность*

# События и вероятность



Теория вероятностей - математическая наука, изучающая закономерности массовых случайных явлений (событий)

Нельзя определить результат одного бросания монеты, но можно предсказать число появлений «герба», если монета брошена большое количество раз.

- **ИСПЫТАНИЕ** - бросание монеты.
- **СОБЫТИЕ** - выпадение «герба».

Обозначение событий:  $A, B, C, \dots$

# Классическое определение вероятности

- **События несовместные**, если появление одного из них исключает появление других в одном и том же испытании.

Пример: появление «герба» исключает появление «надписи» при бросании монеты

- Несколько событий образуют **полную группу**, если в результате испытания появится хотя бы одно из них.

- **События равновозможные**, если ни одно из них не является более возможным, чем другое.

Пример: появление «герба» и «надписи»

В урне 6 шаров: 2 - красных, 3 - синих, 1 - белый.  
Возможность извлечь цветной шар больше, чем возможность извлечь белый шар. Эта возможность характеризуется числом.

**Вероятность** - число, характеризующее степень возможности появления события

**Вероятность** - это отношение числа благоприятствующих событию  $A$  элементарных исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу.

$$P(A) = m/n$$

Вероятность извлечения из урны цветного шара:

$$n=6, m=5.$$

**$P(A)=5/6$**  - количественная оценка степени возможности появления цветного шара.

# Свойства вероятности

**Свойство 1**: вероятность достоверного события равна 1

$$P(A) = m/n = n/n = 1$$

**Свойство 2**: вероятность невозможного события равна 0

$$P(A) = m/n = 0/n = 0$$

**Свойство 3**: вероятность случайного события есть положительное число, заключённое между нулём и единицей

$$0 < P(A) < 1$$

# **Сумма и произведение событий**

**Сумма событий  $A+B$**  – это событие, состоящее в появлении хотя бы одного из событий (или  $A$ , или  $B$ , или оба вместе)

**Пример:** 2 выстрела из орудия:

$A$  - попадание при первом выстреле;

$B$  - попадание при втором выстреле;

$A+B$  – попадание при первом выстреле, или при втором, или при обоих выстрелах.

# Произведение событий

**Произведение  $A \cdot B$  двух событий – это событие, состоящее в совместном появлении этих событий.**

Пример:  $A$  - деталь годная  
 $B$  - деталь окрашенная  
 $A \cdot B$  - деталь годная и окрашенная.

# Противоположные события

$\bar{A}$  - противоположное событию  $A$ . Происходит только тогда, когда не происходит событие  $A$ .

Пример: при выстреле по цели - попадание и промах.

**Теорема:**  $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Задача: Вероятность того, что день будет дождливым равна 0,7. Найти вероятность того, что день будет ясным.

Решение. «День дождливый» и «день ясный» - противоположные события

$$q = 1 - p = 1 - 0,7 = 0,3$$

***Теорема сложения вероятностей  
несовместных событий:***

$$\mathbf{P(A+B)=P(A)+P(B)}$$

***События независимые***, если появление одного из них не меняет вероятности появления другого.

***Теорема умножения вероятностей  
независимых событий***

$$\mathbf{P(AB)=P(A)\cdot P(B)}$$

Совместные события - появление одного из них не исключает появление другого в одном и том же испытании.

Пример: А - появление четырёх очков при бросании кубика

В - появление чётного числа очков

События А и В - совместные.

**Теорема сложения вероятностей  
совместных событий:**

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

# Условная вероятность

$P_A(B)$  - вероятность события  $B$ , найденная при условии, что событие  $A$  уже наступило.

$$P_A(B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

Теорема умножения вероятностей  
зависимых событий:

$$P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$$